Métodos Numéricos

Cursada Primer Semestre 1010

Parcial Nro. 2 - 10 Junio 2010

Apellido y nombre:..

Matrícula:..

Plan de estudios:..

Nota: Entregar por separado los ejercicios teóricos (1,2) de los prácticos (3, 4,5)

1. Integración

   a) En que consisten los métodos de Integración de Newton-Cotes.

   b) En que consiste el método Romberg

   c) En que consiste la integración adaptativa

   d) Qué ventajas tiene en cada caso (a), b) y c)) conocer la función a interpolar

2. EDO

   a) En que se basan los métodos para solución de ecuaciones diferenciales de Runge-Kutta

   b) Qué define el orden del método y cuál es la ventaja/desventaja de utilizar un orden n?

   c) Explique qué significa que una EDO es PVI y qué métodos numéricos puede utilizar para resolverla.

   d) Explique qué significa que una EDO es PVF y qué métodos numéricos puede utilizar para resolverla.

3. Considerar la siguiente función $T(x)$:

$$T(x) = \begin{cases} -1 + 2x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 & -2 \leq x \leq 0 \\ \\ -1 + 2x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

   y la tabla de valores:

x	-2	0	1
$y = f(x)$	1	-1	2

   a) Calcular $T'(x)$ y $T''(x)$ en el intervalo $[-21]$.

   b) Graficar $T(x)$, $T'(x)$ y $T''(x)$ en el intervalo $[-21]$.

   c) Justificar porqué $T(x)$ **no** es un *trazador cúbico natural* para la tabla

   d) Calcular el trazador cúbico natural $P_B(x)$ para esos puntos.

   e) Calcular el polinomio interpolante de Newton $P_N(x)$ *usando* diferencias divididas (regresiva).

   f) Evaluar $T(x)$, $P_B(x)$ y $P_N(x)$ en $x = -1$.

4. La velocidad de caida de un paracaidista está dada por

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \alpha v^2$$

donde m es la masa del paracaidista (100 kg) , g la aceleración debido a la gravedad (9.8 m/s2) y α es una constante de proporcionalidad (0.4).

a) Calcular la velocidad de caida $v(t)$ para los primeros 10 segundos con intervalos de 1 segundo.

b) Calcular la velocidad de caida $v(t)$ para los primeros 10 segundos con intervalos de 2 segundos.

c) Comparar los resultados con la solución analítica ($\beta = \sqrt{\frac{g}{k}}$, con $k = \alpha/m$).

$$v(t) = \beta\frac{1 - e^{-2k\beta t}}{1 + e^{-2k\beta t}}$$

5. Dada la ecuación diferencial $u'' = u$, con $u(1) = 1.175201$ y $u(3) = 10.017875$, resolver por el método de las diferencias finitas, usando $h = 0.5$.